

**ANALISIS RAGAM RANCANGAN ACAK LENGKAP  
DENGAN PENDEKATAN MODEL LINIER UMUM**

**SKRIPSI**

oleh:  
**ALVIANA ARIZKA**  
**145090507111019**



**PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA  
JURUSAN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
MALANG  
2018**

# **ANALISIS RAGAM RANCANGAN ACAK LENGKAP DENGAN PENDEKATAN MODEL LINIER UMUM**

## **SKRIPSI**

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Statistika

oleh:  
**ALVIANA ARIZKA**  
**145090507111019**



**PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA  
JURUSAN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS BRAWIJAYA  
MALANG  
2018**

**LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI****ANALISIS RAGAM RANCANGAN ACAK LENGKAP  
DENGAN PENDEKATAN MODEL LINIER UMUM**

oleh:

**ALVIANA ARIZKA  
145090507111019**

**Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji pada tanggal 16 Juli  
2018 dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar  
Sarjana Statistika**

**Dosen Pembimbing**

**Dr. Ir. Maria Bernadetha Theresia Mitakda  
NIP. 195205211981032001**

**Mengetahui  
Ketua Jurusan Statistika  
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya**

**Rahma Fitriani, S.Si, M.Sc,Ph.D  
NIP. 197603281999032001**



## LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Alviana Arizka  
NIM : 145090507111019  
Jurusan : Statistika  
Penulis Skripsi Berjudul :

**Analisis Ragam Rancangan Acak Lengkap Dengan Pendekatan  
Model Linier Umum**

Dengan ini menyatakan bahwa :

1. Isi dari skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya saya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termasuk di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam skripsi ini.
2. Apabila dikemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya bersedia menanggung segala risiko yang akan saya terima.

Demikin pernyataan ini dibuat dengan segala kesadaran.

Malang, 16 Juli 2018  
Yang menyatakan,

**Alviana Arizka**  
**NIM 145090507111019**

# ANALISIS RAGAM RANCANGAN ACAK LENGKAP DENGAN PENDEKATAN MODEL LINIER UMUM

## Abstrak

Dewasa ini tidak sedikit penelitian dilakukan di laboratorium, rumah kaca dan lingkungan yang bersifat homogen lain. Rancangan Acak Lengkap (RAL) digunakan dalam kondisi tersebut. Tujuan penelitian ini adalah penerapan model linier umum pada analisis ragam terhadap data tinggi tunas *Anthurium plowmanii* Croat (cm) yang dihasilkan dari percobaan menggunakan rancangan acak lengkap. Kesingularan matriks rancangan pada model linier umum dapat diatasi dengan reparameterisasi. Pengujian hipotesis pada analisis ragam menghasilkan penerimaan hipotesis nol yang berarti bahwa pemberian kombinasi sitokinin dan auksin tidak menambah tinggi tunas *Anthurium plowmanii* Croat.

Kata kunci: Rancangan Acak Lengkap, Model Linier Umum, ANOVA

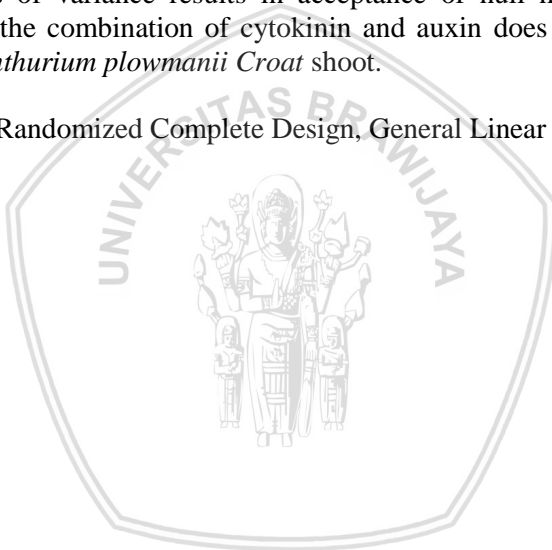


# ANALYSIS OF VARIANCE ON RANDOMIZED COMPLETE DESIGN BY USING GENERAL LINEAR MODEL APPROACH

## Abstract

Today many studies are conducted in laboratories, greenhouses and other homogeneous environments. Randomized Complete Design (RCD) is used in those conditions. The aim of this study is to apply general linear model on the analysis of variance to the data of the height of *Anthurium plowmanii* Croat shoot (cm) resulting from an experiment using randomized complete design. The singularity of design matrix on general linear model can be overcome by reparameterization. Hypothesis testing on the analysis of variance results in acceptance of null hypothesis which means that the combination of cytokinin and auxin does not increase the height of *Anthurium plowmanii* Croat shoot.

Keywords: Randomized Complete Design, General Linear Model, ANOVA



## KATA PENGANTAR

Alhamdulillah rabbil ‘alamin, lantunan rasa syukur kehadiran Allah SWT yang telah memberikan rahmat, taufik dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Ragam Rancangan Acak Lengkap Dengan Pendekatan Model Linier Umum”.

Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat akademik dalam menempuh jenjang pendidikan Sarjana Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Brawijaya. Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan, dukungan dan doa berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Dr. Ir. Maria Bernadetha Theresia Mitakda selaku dosen pembimbing atas waktu, bimbingan dan dukungan yang telah diberikan.
2. Prof. Dr. Ir. Henny Pramodyo, MS selaku dosen penguji I atas waktu, bimbingan dan dukungan yang telah diberikan.
3. Dr. Adji Achmad R.F., S.Si., M.Sc selaku dosen penguji II atas waktu, bimbingan dan dukungan yang telah diberikan.
4. Achmad Efendi, S.Si., M.Sc., Ph.D dan Rahma Fitriani, S.Si, M.Sc, Ph.D selaku Ketua Program Studi S1 Statistika dan Ketua Jurusan Statistika FMIPA Universitas Brawijaya.
5. Seluruh jajaran dosen, staf dan karyawan Jurusan Statistika FMIPA Universitas Brawijaya atas ilmu dan segala bantuan yang diberikan.
6. Bapak tercinta, Siswanto dan ibu tercinta, Masalahah yang senantiasa memberikan cinta dan kasih sayang tiada berujung, serta tiada henti memberikan doa dan semangat.
7. Adik tersayang, Zahril Ibnu Joko Siswanto dan sepupu tersayang, Ani Setiawati yang selalu mendoakan serta memberi semangat tiada habisnya.
8. Teman-teman satu angkatan Statistika 2014, yang telah berbagi kenangan, suka dan duka selama 4 tahun menimba ilmu bersama, khususnya Shela, Shendy, Jasmin, Husna, Ana dan Khusna.
9. Teman-teman Badan Eksekutif Mahasiswa FMIPA kabinet Integralistik dan Magnetik, khususnya Kementerian Advokasi dan Kesejahteraan Mahasiswa yang senantiasa menginspirasi.
10. Semua pihak yang telah membantu penyelesaian skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa masih terdapat banyak kekurangan dalam penulisan. Oleh karena itu, penulis mengharap kritik dan saran demi perbaikan skripsi ini. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis pada khususnya dan pembaca pada umumnya.

Malang, Juli 2018

Penulis





DAFTAR ISI

**HALAMAN JUDUL.....i**

**HALAMAN PENGESAHAN .....ii**

**LEMBAR PERNYATAAN..... iii**

**ABSTRAK.....iv**

**ABSTRACT ..... v**

**KATA PENGANTAR .....vi**

**DAFTAR ISI..... viii**

**DAFTAR GAMBAR .....x**

**DAFTAR TABEL.....xi**

**DAFTAR LAMPIRAN .....xii**

**BAB I PENDAHULUAN ..... 1**

1.1. Latar Belakang..... 1

1.2. Rumusan Masalah. ....2

1.3. Batasan Masalah.....2

1.4. Tujuan.....2

1.5. Manfaat..... 3

**BAB II TINJAUAN PUSTAKA..... 5**

2.1. Rancangan Acak Lengkap.....5

2.1.1. Pengacakan dan Denah Percobaan.. ....5

2.1.2. Model Linier Aditif. ....5

2.2. Model Linier Umum.....6

2.3. Metode Kuadrat Terkecil (MKT) .....9

2.4. Reparameterisasi.....12

2.5. Asumsi Analisis Ragam.....14

2.5.1. Aditivitas Pengaruh. ....14

2.5.2. Kenormalan Galat.....15

2.5.3. Kehomogenan Ragam Galat.....15

2.6. Analisis Ragam.....16

2.7. *Anthurium plowmanii* Croat.....18

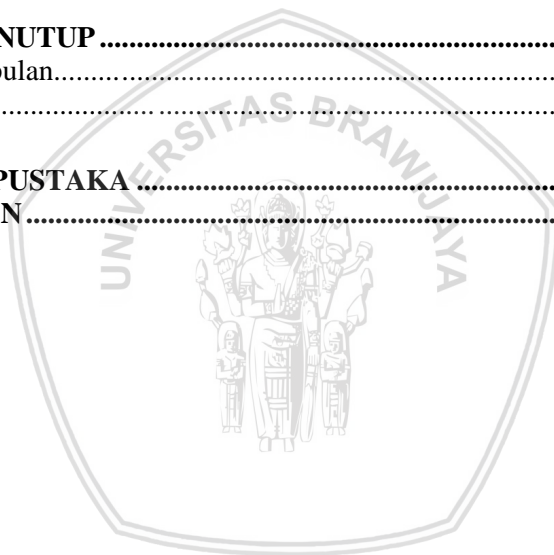
  

**BAB III METODOLOGI.....19**

3.1. Sumber Data.....19

3.2. Metode Analisis.....20

<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>23</b>
4.1. Model Linier Aditif Tinggi Tunas .....	23
4.2. Matriks Penyusun Model Linier Umum .....	24
4.3. Pemeriksaan Pangkat Penuh Matriks .....	25
4.4. Hasil Reparameterisasi .....	25
4.5. Pendugaan Parameter .....	26
4.6. Pengujian Asumsi Analisis Ragam.....	27
4.6.1. Pengujian Aditivitas Pengaruh .....	27
4.6.2. Pengujian Kenormalan Galat.....	27
4.6.3. Pengujian Kehomogenan Ragam Galat .....	28
4.7. Hasil Analisis Ragam.. .....	28
4.8. Pembahasan.....	29
 <b>BAB V PENUTUP .....</b>	 <b>31</b>
5.1. Kesimpulan.....	31
5.2. Saran.....	31
 <b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	 <b>33</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>35</b>



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1. Denah Hasil Pengacakan .....5

Gambar 3.1. Diagram Alir Metode Analisis.....21



DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Struktur Data RAL Ortogonal .....6

Tabel 2.2. Analisis Ragam Untuk Model Non-Aditif.....15

Tabel 2.3. Analisis Ragam Untuk Peubah Z .....16

Tabel 2.4. Analisis Ragam ( $\tau$ ).....18

Tabel 4.1. Model Linier Aditif .....23

Tabel 4.2. Hasil Pendugaan Parameter .....26

Tabel 4.3. Analisis Ragam Untuk Uji Aditivitas.....27

Tabel 4.4. Analisis Ragam Untuk Peubah Z .....28

Tabel 4.5. Analisis Ragam ( $\tau$ ).....28



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Tinggi Tunas *Anthurium plowmanii* Croat .....35



## BAB I PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang

Dalam dunia penelitian terdapat beberapa metode untuk memperoleh data, seperti yang berbasis percobaan atau disebut rancangan percobaan. Rancangan percobaan bermanfaat untuk mengetahui pengaruh perlakuan terhadap suatu respons. Yitnosumarto (1991) menyatakan bahwa terdapat tiga prinsip yang harus dipenuhi dalam rancangan percobaan yaitu ulangan, pengacakan dan kontrol lokal. Secara garis besar ketiga prinsip tersebut diperlukan untuk menjaga presisi pendugaan dan mengurangi kesalahan atau galat. Pada kontrol lokal perlu diperhatikan apakah lingkungan bersifat homogen atau heterogen.

Dewasa ini tidak sedikit penelitian dilakukan di laboratorium, rumah kaca dan lingkungan yang bersifat homogen lain. Lingkungan homogen tidak memiliki gradien, sehingga selain perlakuan tidak ada faktor lain yang dianggap berpengaruh. Rancangan Acak Lengkap (RAL) digunakan dalam kondisi tersebut (Yitnosumarto, 1991). RAL merupakan rancangan yang sangat sederhana dan pembuatan denah rancangan percobaan mudah (Christina dkk, 2016).

Yitnosumarto (1991) menyatakan, salah satu metode pendugaan parameter adalah Metode Kuadrat Terkecil (MKT). MKT menghasilkan galat terkecil dan menghasilkan model unik. Akan tetapi pada rancangan lingkungan, model bersifat tidak penuh (*not full rank model*), sehingga MKT dalam hal ini kurang bermanfaat karena tidak menghasilkan penduga parameter yang unik (tunggal). Hal ini terjadi karena terdapat kombinasi linier antara baris dan kolom pada matriks rancangan, sehingga apabila putaran matriks rancangan dikalikan dengan dirinya sendiri menghasilkan matriks dengan pangkat tidak penuh. Oleh karena itu, diperlukan suatu alat agar MKT dapat berfungsi. Salah satu alat yang digunakan adalah reparameterisasi. Reparameterisasi menghasilkan matriks rancangan baru yang apabila putaran matriks tersebut dikalikan dengan dirinya sendiri menghasilkan matriks berpangkat penuh.

Nelder dan Wedderburn (1972) memperkenalkan model linier umum yang diterapkan pada data berdistribusi normal, binomial, poisson dan gamma. Graham (2008) menerapkan model linier umum pada regresi berganda. Kafkova dan Krivankova (2014) menyebutkan bahwa model linier umum dapat digunakan pada data berdistribusi poisson yang membutuhkan transformasi logaritmik dan menyebabkan pengaruh multiplikasi pada rata-rata. Adeyomo dan Nwobi (2014) meneliti penerapan

model linier umum pada hasil yang didapatkan dari percobaan menggunakan rancangan acak non ortogonal dan menggunakan matriks kebalikan umum untuk mengatasi matriks berpangkat tidak penuh. Penelitian lain oleh Nisa (2013), tentang penggunaan model linier umum terhadap analisis ragam rancangan *lattice* seimbang. Hasil penelitian menunjukkan bahwa reparameterisasi dapat mengatasi matriks berpangkat tidak penuh. Berdasarkan penelitian-penelitian tersebut, model linier umum dapat diterapkan pada hasil rancangan percobaan. Pemilihan metode reparameterisasi pada penelitian ini didasarkan pada kemudahan proses analisis dibandingkan dengan matriks kebalikan umum di mana matriks kebalikan umum perlu menghitung pangkat matriks dan menentukan determinan anak matriks.

Pada tugas akhir ini akan dilakukan analisis terhadap data penelitian yang menggunakan RAL dengan tujuan akhir untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh perlakuan terhadap respons. Penelitian menggunakan data sekunder tentang pengaruh kombinasi konsentrasi sitokinin dan auksin terhadap tinggi tunas planlet *Anthurium plowmanii Croat*. Data dianalisis menggunakan analisis ragam satu arah. Berdasarkan pemaparan di atas, akan dikaji penggunaan model linier umum untuk analisis ragam rancangan acak lengkap.

## 1.2. Rumusan Masalah

Rumusan masalah penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana penggunaan model linier umum untuk analisis ragam rancangan acak lengkap?
2. Apakah kombinasi konsentrasi sitokinin dan auksin berpengaruh terhadap tinggi tunas planlet *Anthurium plowmanii Croat*?

## 1.3. Batasan Masalah

Penelitian dibatasi oleh penggunaan model linier umum untuk analisis ragam rancangan acak lengkap tanpa analisis lanjutan.

## 1.4. Tujuan

Tujuan penelitian ini yaitu:

1. Mengetahui penggunaan model linier umum untuk analisis ragam rancangan acak lengkap.
2. Mengetahui apakah kombinasi konsentrasi sitokinin dan auksin berpengaruh terhadap tinggi tunas planlet *Anthurium plowmanii Croat*.

### 1.5. Manfaat

Manfaat penelitian ini adalah sebagai tambahan wawasan bagi pembaca tentang penggunaan model linier umum untuk analisis ragam, khususnya pada rancangan acak lengkap.





## BAB II TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1. Rancangan Acak Lengkap

Rancangan Acak Lengkap (RAL) digunakan untuk membandingkan  $t$  perlakuan yang ditempatkan secara acak pada satuan percobaan yang homogen, sehingga setiap satuan percobaan memiliki kesempatan sama untuk menerima perlakuan. Apabila terdapat perbedaan di antara satuan percobaan yang menerima perlakuan, maka hal tersebut dianggap sebagai kesalahan percobaan (Gomez dan Gomez, 1984).

#### 2.1.1. Pengacakan dan Denah Percobaan

Menurut Yitnosumarto (1991), salah satu prinsip rancangan percobaan yaitu pengacakan (selain ulangan dan pengendalian lokal). Metode statistika memerlukan asumsi peubah acak menyebar secara bebas. Dengan pengacakan, asumsi tersebut dapat terpenuhi. Selain itu, pengacakan membantu menyeimbangkan pengaruh faktor asing yang mungkin muncul (Montgomery, 2013). Pandang empat perlakuan dan tiga ulangan, berikut denah hasil pengacakan:

B 1	C 2	B 3	B 4
A 5	A 6	D 7	A 8
D 9	C 10	C 11	D 12

Gambar 2.1. Denah Hasil Pengacakan

Terdapat 12 satuan percobaan, setiap perlakuan ditempatkan secara acak pada petak yang telah diberi nomor.

#### 2.1.2. Model Linier Aditif

Model linier aditif respons percobaan rancangan acak lengkap menurut Yitnosumarto (1991) adalah:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad (2.1)$$

di mana:

- $y_{ij}$  = respons perlakuan ke- $i$  ulangan ke- $j$
- $\mu$  = rata-rata umum
- $\tau_i$  = pengaruh perlakuan ke- $i$

- $\varepsilon_{ij}$  = galat percobaan pada perlakuan ke- $i$  ulangan ke- $j$   
menyebarkan secara normal, bebas dan identik dengan  
rata-rata 0 dan ragam  $\sigma^2$  ( $\varepsilon_{ij} \sim NIID(0, \sigma^2)$ )
- $i$  = 1, 2, ...,  $t$
- $j$  = 1, 2, ...,  $r$
- $t$  = banyaknya perlakuan
- $r$  = banyaknya ulangan

Tabel 2.1 menyajikan struktur data yang didapatkan dari percobaan menggunakan rancangan acak lengkap di mana perlakuan bersifat ortogonal (ulangan sama).

Tabel 2.1. Struktur Data RAL Ortogonal

$i$	$j$				$\sum_{j=1}^r y_{ij}$
	1	2	...	$r$	
1	$y_{11}$	$y_{12}$	...	$y_{1r}$	$\sum_{j=1}^r y_{ij} = y_{1.}$
2	$y_{21}$	$y_{22}$	...	$y_{2r}$	$\sum_{j=2}^r y_{ij} = y_{2.}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$t$	$y_{t1}$	$y_{t2}$	...	$y_{tr}$	$\sum_{j=t}^r y_{ij} = y_{t.}$
Total					$\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r y_{ij} = y_{..}$

### 2.2. Model Linier Umum

Model (2.1) untuk setiap  $i$  dan  $j$  dapat diuraikan seperti berikut, bila perlakuan bersifat ortogonal

Perlakuan 1

$$\begin{aligned}
 y_{11} &= 1\mu + 1\tau_1 + 0\tau_2 + \dots + 0\tau_t + \varepsilon_{11} \\
 y_{12} &= 1\mu + 1\tau_1 + 0\tau_2 + \dots + 0\tau_t + \varepsilon_{12} \\
 &\vdots \\
 y_{1r} &= 1\mu + 1\tau_1 + 0\tau_2 + \dots + 0\tau_t + \varepsilon_{1r}
 \end{aligned}$$

Perlakuan 2

$$y_{21} = 1\mu + 0\tau_1 + 1\tau_2 + \dots + 0\tau_t + \varepsilon_{21}$$

$$y_{22} = 1\mu + 0\tau_1 + 1\tau_2 + \dots + 0\tau_t + \varepsilon_{22}$$

$\vdots$

$$y_{2r} = 1\mu + 0\tau_1 + 1\tau_2 + \dots + 0\tau_t + \varepsilon_{2r}$$

Perlakuan ke-t

$$y_{t1} = 1\mu + 0\tau_1 + 0\tau_2 + \dots + 1\tau_t + \varepsilon_{t1}$$

$$y_{t2} = 1\mu + 0\tau_1 + 0\tau_2 + \dots + 1\tau_t + \varepsilon_{t2}$$

$\vdots$

$$y_{tr} = 1\mu + 0\tau_1 + 0\tau_2 + \dots + 1\tau_t + \varepsilon_{tr}$$

(2.2)

Himpunan model (2.2) disusun menjadi matriks:

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12} \\ \vdots \\ y_{1r} \\ y_{21} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{2r} \\ \vdots \\ y_{t1} \\ y_{t2} \\ \vdots \\ y_{tr} \end{bmatrix}_{(tr \times 1)} = \begin{bmatrix} \mu & \tau_1 & \tau_2 & \dots & \tau_t \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{(tr \times (t+1))} \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_t \end{bmatrix}_{((t+1) \times 1)} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1r} \\ \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2r} \\ \vdots \\ \varepsilon_{t1} \\ \varepsilon_{t2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{tr} \end{bmatrix}_{(tr \times 1)}$$

Bila perlakuan tidak ortogonal (ulangan tidak sama,  $r_i$  = banyaknya ulangan perlakuan ke- $i$ ) model adalah

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12} \\ \vdots \\ y_{1r_1} \\ y_{21} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{2r_2} \\ \vdots \\ y_{t1} \\ y_{t2} \\ \vdots \\ y_{tr_t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu & \tau_1 & \tau_2 & \dots & \tau_t \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1r_1} \\ \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2r_2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{t1} \\ \varepsilon_{t2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{tr_t} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{y}_{(\sum r_i \times 1)} \quad \mathbf{X}_{(\sum r_i \times (t+1))} \quad \boldsymbol{\beta}_{((t+1) \times 1)} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{(\sum r_i \times 1)}$

Penyederhanaan model (2.2) oleh Kutner dkk (2005) menjadi

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.3)$$

di mana

$\mathbf{y}$  = vektor respons berukuran  $(tr \times 1)$  atau  $(\sum r_i \times 1)$

$\mathbf{X}$  = matriks rancangan berukuran  $(tr \times (t+1))$  atau  $(\sum r_i \times (t+1))$

$\boldsymbol{\beta}$  = vektor parameter berukuran  $((t+1) \times 1)$

$\boldsymbol{\varepsilon}$  = vektor galat berukuran  $(tr \times 1)$  atau  $(\sum r_i \times 1)$  di mana  $\boldsymbol{\varepsilon}$  diasumsikan bebas, acak serta menyebar normal dengan rata-rata  $\mathbf{0}$  dan ragam  $\sigma^2 \mathbf{I}$  ( $\boldsymbol{\varepsilon} \sim NIID(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ )

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad V(\boldsymbol{\varepsilon}) = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{bmatrix} = \sigma^2 \mathbf{I}$$

Dengan menerapkan asumsi pada model (2.3), didapatkan

$$\begin{aligned} E(\mathbf{y}) &= E(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) + E(\boldsymbol{\varepsilon}) \\ \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \end{aligned}$$

### 2.3. Metode Kuadrat Terkecil (MKT)

Ingat kembali model (2.1), sebelum pendugaan parameter, model disederhanakan dengan melambangkan  $y_{ij} = y_l$ ;  $\mu = \beta_0$ ;  $\tau_i = \beta_p x_{lp}$ ;  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_l$  menjadi

$$y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{12} + \cdots + \beta_k x_{1k} + \varepsilon_1$$

$$y_2 = \beta_0 + \beta_1 x_{21} + \beta_2 x_{22} + \cdots + \beta_k x_{2k} + \varepsilon_2$$

$\vdots$

$$y_n = \beta_0 + \beta_1 x_{n1} + \beta_2 x_{n2} + \cdots + \beta_k x_{nk} + \varepsilon_n$$

(2.4)

Sebanyak  $n$  anggota himpunan persamaan (2.4) ditulis sebagai

$$y_l = \beta_0 + \beta_1 x_{l1} + \beta_2 x_{l2} + \cdots + \beta_k x_{lk} + \varepsilon_l$$

atau

$$y_l = \beta_0 + \sum_{p=1}^k \beta_p x_{lp} + \varepsilon_l$$

(2.5)

di mana

$$l = 1, 2, \dots, n$$

$$p = 1, 2, \dots, k$$

$n$  = banyaknya satuan percobaan ( $n = tr = \sum r_i$ )

$k$  = banyaknya prediktor

$$x_{lp} = \begin{cases} 1, & \text{jika respons berasal dari perlakuan ke- } i \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

Model (2.5) dikatakan linier dalam parameter karena turunan model terhadap salah satu parameter tidak mengandung parameter tersebut, oleh karena itu pendugaan parameter menggunakan metode kuadrat terkecil. Dalam bentuk matriks, model (2.5) adalah

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$\mathbf{y}_{(n \times 1)} \quad \mathbf{X}_{(n \times (k+1))} \quad \boldsymbol{\beta}_{((k+1) \times 1)} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{(n \times 1)}$

(2.6)

Metode kuadrat terkecil dilakukan dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat galat

$$\sum \varepsilon_l^2 = \sum (y_l - \beta_0 - \beta_1 x_{l1} - \beta_2 x_{l2} - \dots - \beta_k x_{lk})^2$$

melalui turunan  $\sum \varepsilon_l^2$  terhadap setiap parameter yang disamakan dengan nol (Sembiring, 1995), menghasilkan persamaan normal

$$\frac{\partial \sum \varepsilon_l^2}{\partial \beta_0} = -2 \sum (y_l - \beta_0 - \beta_1 x_{l1} - \beta_2 x_{l2} - \dots - \beta_k x_{lk}) = 0$$

$$\frac{\partial \sum \varepsilon_l^2}{\partial \beta_1} = -2 \sum (y_l - \beta_0 - \beta_1 x_{l1} - \beta_2 x_{l2} - \dots - \beta_k x_{lk}) x_{l1} = 0$$

$$\frac{\partial \sum \varepsilon_l^2}{\partial \beta_2} = -2 \sum (y_l - \beta_0 - \beta_1 x_{l1} - \beta_2 x_{l2} - \dots - \beta_k x_{lk}) x_{l2} = 0$$

⋮

$$\frac{\partial \sum \varepsilon_l^2}{\partial \beta_k} = -2 \sum (y_l - \beta_0 - \beta_1 x_{l1} - \beta_2 x_{l2} - \dots - \beta_k x_{lk}) x_{lk} = 0$$

setiap parameter diganti dengan penduganya, diperoleh

$$\sum y_l = n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum x_{l1} + \hat{\beta}_2 \sum x_{l2} + \dots + \hat{\beta}_k \sum x_{lk}$$

$$\sum x_{l1} y_l = \hat{\beta}_0 \sum x_{l1} + \hat{\beta}_1 \sum x_{l1}^2 + \hat{\beta}_2 \sum x_{l2} x_{l1} + \dots + \hat{\beta}_k \sum x_{lk} x_{l1}$$

$$\sum x_{l2} y_l = \hat{\beta}_0 \sum x_{l2} + \hat{\beta}_1 \sum x_{l1} x_{l2} + \hat{\beta}_2 \sum x_{l2}^2 + \dots + \hat{\beta}_k \sum x_{lk} x_{l2}$$

⋮

$$\sum x_{lk} y_l = \hat{\beta}_0 \sum x_{lk} + \hat{\beta}_1 \sum x_{l1} x_{lk} + \hat{\beta}_2 \sum x_{l2} x_{lk} + \dots + \hat{\beta}_k \sum x_{lk}^2$$

atau

$$\sum y_l = (n + \sum x_{l1} + \sum x_{l2} + \dots + \sum x_{lk}) \hat{\beta}$$

$$\sum x_{l1} y_l = (\sum x_{l1} + \sum x_{l1}^2 + \sum x_{l2} x_{l1} + \dots + \sum x_{lk} x_{l1}) \hat{\beta}$$

$$\sum x_{l2} y_l = (\sum x_{l2} + \sum x_{l1} x_{l2} + \sum x_{l2}^2 + \dots + \sum x_{lk} x_{l2}) \hat{\beta}$$

⋮

$$\sum x_{lk} y_l = (\sum x_{lk} + \sum x_{l1} x_{lk} + \sum x_{l2} x_{lk} + \dots + \sum x_{lk}^2) \hat{\beta}$$

(2.7)

Model (2.7) dapat ditulis dalam matriks

$$\mathbf{X}'\mathbf{y} = \mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$$

$$(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} = \hat{\boldsymbol{\beta}}$$

(2.8)

di mana matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{y}$  dan  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  untuk model linier aditif perlakuan ortogonal adalah

$$\mathbf{X}'\mathbf{y}_{((t+1) \times 1)} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r y_{ij} \\ \sum_{j=1}^r y_{1j} \\ \sum_{j=1}^r y_{2j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^r y_{tj} \end{bmatrix} \quad \text{atau} \quad \mathbf{X}'\mathbf{y}_{((t+1) \times 1)} = \begin{bmatrix} tr\bar{y}_{..} \\ r\bar{y}_{1.} \\ r\bar{y}_{2.} \\ \vdots \\ r\bar{y}_{t.} \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} t\bar{y}_{..} \\ \bar{y}_{1.} \\ \bar{y}_{2.} \\ \vdots \\ \bar{y}_{t.} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}_{((t+1) \times (t+1))} = \begin{bmatrix} tr & r & r & \dots & r \\ r & r & 0 & \dots & 0 \\ r & 0 & r & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r & 0 & 0 & \dots & r \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c|c} tr & \mathbf{r}'_t \\ \hline \mathbf{r}_t & r\mathbf{I}_t \end{array} \right]$$

apabila perlakuan tidak ortogonal, matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{y}$  dan  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  adalah

$$\mathbf{X}'\mathbf{y}_{((t+1) \times 1)} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r y_{ij} \\ \sum_{j=1}^{r_1} y_{1j} \\ \sum_{j=1}^{r_2} y_{2j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{r_t} y_{tj} \end{bmatrix} \quad \text{atau} \quad \mathbf{X}'\mathbf{y}_{((t+1) \times 1)} = \begin{bmatrix} \sum r_i \bar{y}_{..} \\ r_1 \bar{y}_{1.} \\ r_2 \bar{y}_{2.} \\ \vdots \\ r_i \bar{y}_{t.} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}_{((t+1) \times (t+1))} = \left[ \begin{array}{c|cccc} \sum r_i & r_1 & r_2 & \dots & r_t \\ \hline r_1 & r_1 & 0 & \dots & 0 \\ r_2 & 0 & r_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_t & 0 & 0 & \dots & r_t \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} \sum r_i & \mathbf{r}'_i \\ \hline \mathbf{r}_i & diag[r_i] \end{array} \right]$$

Penduga kuadrat terkecil bagi  $\boldsymbol{\beta}$  dapat dihitung dengan syarat matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  tidak singular. Suatu matriks dikatakan tidak singular bila tidak terdapat kombinasi linier antara baris atau kolom (Nasoetion, 1980). Akan tetapi baris pertama matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  terpaut linier, menyebabkan kesingularan matriks ini. Hal ini menyebabkan matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  berpangkat tidak penuh serta tidak memiliki kebalikan, sehingga  $\boldsymbol{\beta}$  tidak dapat diduga.

## 2.4. Reparameterisasi

Myers dan Milton (1991) menjelaskan bahwa terdapat solusi untuk menangani  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  yang bersifat singular, dengan menggunakan metode reparameterisasi yang menggabungkan beberapa parameter menjadi satu. Dengan cara ini parameter model didefinisikan ulang seperti pada model (2.1) berikut

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$

parameter  $\mu$  dan  $\tau_i$  digabungkan menjadi satu

$$\mu_i = \mu + \tau_i$$

menghasilkan model baru

$$y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$$

(2.9)

kemudian baris pertama dan kolom pertama dieliminasi

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}_{((t+1) \times (t+1))} = \begin{bmatrix} t & r & r & \dots & r \\ r & r & 0 & \dots & 0 \\ r & 0 & r & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r & 0 & 0 & \dots & r \end{bmatrix} \text{ untuk perlakuan ortogonal dan}$$

(2.10)

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}_{((t+1) \times (t+1))} = \begin{bmatrix} \sum r_i & r_1 & r_2 & \dots & r_t \\ r_1 & r_1 & 0 & \dots & 0 \\ r_2 & 0 & r_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_t & 0 & 0 & \dots & r_t \end{bmatrix} \text{ untuk perlakuan tak ortogonal}$$

(2.11)

Reparameterisasi menghasilkan matriks baru bersifat tidak singular dan berpangkat penuh karena baris dan kolom yang tidak lagi terpaut linier, sehingga matriks yang dihasilkan memiliki kebalikan. Diagonal utama matriks (2.10) dan (2.11) setelah reparameterisasi merupakan banyak ulangan perlakuan ke- $i$ , dengan demikian

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \text{diag}[r] \text{ atau } \mathbf{X}'\mathbf{X} = \text{diag}[r_i]$$



Setelah reparameterisasi,  $\hat{\beta}$  menjadi

$$\hat{\beta}_{(t \times 1)} = (X'X)^{-1} X'y = \begin{bmatrix} r^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & r^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^r y_{1j} \\ \sum_{j=1}^r y_{2j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^r y_{tj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{1.} \\ \bar{y}_{2.} \\ \vdots \\ \bar{y}_{t.} \end{bmatrix}$$

untuk perlakuan ortogonal dan

$$\hat{\beta}_{(t \times 1)} = (X'X)^{-1} X'y = \begin{bmatrix} r_1^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r_2^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & r_t^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{r_1} y_{1j} \\ \sum_{j=1}^{r_2} y_{2j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{r_t} y_{tj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{1.} \\ \bar{y}_{2.} \\ \vdots \\ \bar{y}_{t.} \end{bmatrix}$$

untuk perlakuan tak ortogonal.

Penduga bagi  $\beta$  haruslah memenuhi batasan  $\sum_{i=1}^t \hat{\tau}_i = 0$

$$\begin{bmatrix} tr & r & r & \dots & r \\ r & r & 0 & \dots & 0 \\ r & 0 & r & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r & 0 & 0 & \dots & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mu} \\ \hat{\tau}_1 \\ \hat{\tau}_2 \\ \vdots \\ \hat{\tau}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} tr\bar{y}_{..} \\ r\bar{y}_{1.} \\ r\bar{y}_{2.} \\ \vdots \\ r\bar{y}_{t.} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} tr\hat{\mu} + r \sum_{i=1}^t \hat{\tau}_i \\ r\hat{\mu} + r \hat{\tau}_1 \\ r\hat{\mu} + r \hat{\tau}_2 \\ \vdots \\ r\hat{\mu} + r \hat{\tau}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} tr\bar{y}_{..} \\ r\bar{y}_{1.} \\ r\bar{y}_{2.} \\ \vdots \\ r\bar{y}_{t.} \end{bmatrix}$$

Dengan menerapkan  $\sum_{i=1}^t \hat{\tau}_i = 0$ ,  $\hat{\beta}$  menjadi

$$\begin{bmatrix} tr\hat{\mu} \\ r\hat{\mu} + r \hat{\tau}_1 \\ r\hat{\mu} + r \hat{\tau}_2 \\ \vdots \\ r\hat{\mu} + r \hat{\tau}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} tr\bar{y}_{..} \\ r\bar{y}_{1.} \\ r\bar{y}_{2.} \\ \vdots \\ r\bar{y}_{t.} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mu} \\ \hat{\tau}_1 \\ \hat{\tau}_2 \\ \vdots \\ \hat{\tau}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{..} \\ \bar{y}_{1.} - \bar{y}_{..} \\ \bar{y}_{2.} - \bar{y}_{..} \\ \vdots \\ \bar{y}_{t.} - \bar{y}_{..} \end{bmatrix} = \hat{\beta}$$

Penduga-penduga ini memenuhi syarat  $\sum_{i=1}^t \hat{t}_i = 0$  karena

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^t \hat{t}_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^t (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) &= 0 \\ \sum_{i=1}^t \left( \frac{\sum_{j=1}^r y_{ij}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r y_{ij}}{tr} \right) &= 0 \\ \frac{\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r y_{ij}}{r} - \frac{t \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r y_{ij}}{tr} &= 0 \\ \frac{\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r y_{ij}}{r} - \frac{\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r y_{ij}}{r} &= 0 \end{aligned}$$

## 2.5. Asumsi Analisis Ragam

Analisis ragam menghendaki beberapa asumsi terpenuhi agar hasil analisis sah. Asumsi dasar ini adalah:

1. Pengaruh perlakuan dan lingkungan bersifat aditif
2. Galat percobaan bersifat bebas, acak dan menyebar secara normal dengan rata-rata nol dan ragam konstan.

Tidak terpenuhinya salah satu asumsi mengakibatkan kesalahan pada taraf nyata (taraf nyata lebih besar dari yang diperkirakan), sehingga hipotesis nol berpotensi ditolak padahal sesungguhnya hipotesis ini benar (Steel dan Torrie, 1991).

### 2.5.1. Aditivitas Pengaruh

Apabila asumsi aditivitas tidak terpenuhi akan berakibat pada hilangnya informasi mengenai pengaruh perlakuan (Yitnosumarto, 1991). Non-aditivitas cenderung mengakibatkan ragam galat bersifat heterogen. Terdapat dua cara untuk mengetahui aditivitas pengaruh yakni melalui grafik dan analitik. Hipotesis yang melandasi pengujian yaitu:

$$H_0: \alpha = 0 \quad \text{melawan} \quad H_1: \alpha \neq 0$$

di mana

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r y_{ij} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})}{\sum_{i=1}^t (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 \sum_{j=1}^r (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2}$$

$$JK_{\text{Non aditivitas (NAT)}} = \frac{\left( \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r y_{ij} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) \right)^2}{\sum_{i=1}^t (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 \sum_{j=1}^r (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2}$$

dengan

$y_{ij}$  = respons perlakuan ke- $i$  ulangan ke- $j$

$\bar{y}_{i.}$  = rata-rata respons perlakuan ke- $i$

$\bar{y}_{.j}$  = rata-rata respons ulangan ke- $j$

$\bar{y}_{..}$  = rata-rata umum

Tabel analisis ragam untuk pengujian asumsi ini adalah

Tabel 2.2. Analisis Ragam Untuk Model Non-Aditif

Sumber Keragaman (SK)	derajat bebas (db)	Jumlah Kuadrat (JK)
Perlakuan	$t - 1$	$r \sum_{i=1}^t (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$
NAT	1	$\frac{(\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r y_{ij} (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}))^2}{\sum_{i=1}^t (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 \sum_{j=1}^r (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2}$
Galat	$t(r - 1) - 1$	$JK_T - JK_P - JK_{NAT}$
Total	$tr - 1$	$\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$

Pengujian dilakukan dengan membandingkan statistik uji terhadap titik kritis. Bila  $H_0$  benar maka statistik uji =  $\frac{\frac{JK_{NAT}}{1}}{\frac{JK_G}{t(r-1)-1}}$  akan menyebar secara  $F$  dengan derajat bebas 1 dan  $t(r - 1) - 1$ .

### 2.5.2. Kenormalan Galat

Galat percobaan yang tidak menyebar normal mengakibatkan ragam galat heterogen (Steel dan Torrie, 1991). Pemeriksaan asumsi kenormalan galat menggunakan plot kuantil-kuantil ( $Q-Q$  plot). Menurut Chambers dkk (1998),  $Q-Q$  plot adalah plot antara kuantil data dengan kuantil berdasarkan sebaran hipotetik tertentu di mana kuantil didefinisikan sebagai

$$Q(p_i) = y_{(i)}; i = 1, 2, \dots, n$$

dengan

$$p_i = \frac{(i - 0.5)}{n}$$

### 2.5.3. Kehomogenan Ragam Galat

Analisis ragam menghendaki ragam galat konstan dari pengamatan yang satu ke pengamatan lain sebesar  $\sigma^2$  (Yitnosumarto, 1991). Pengujian kehomogenan ragam menggunakan Uji Levene berlandaskan hipotesis

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_t^2 = \sigma^2$ ;  $\sigma_i^2 = \sigma^2$ ;  $i = 1, 2, \dots, t$  melawan

$H_1$ : paling tidak terdapat satu  $i$  di mana  $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$

Penduga kuadrat terkecil bagi galat adalah

$$\hat{\varepsilon}_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_{i.}$$

Peubah Z Levene yakni

$$z_{ij} = |\hat{\varepsilon}_{ij}|$$

Respons  $y_{ij}$  pada model (2.1) digantikan oleh  $z_{ij}$  menjadi

$$z_{ij} = \mu' + \tau'_i + \varepsilon'_{ij}$$

di mana

$y_{ij}$  = respons perlakuan ke- $i$  ulangan ke- $j$

$\bar{y}_{i.}$  = rata-rata respons perlakuan ke- $i$

$\varepsilon_{ij}$  = galat perlakuan ke- $i$  ulangan ke- $j$

$z_{ij}$  = harga mutlak penduga galat

Tabel analisis ragam untuk pengujian ini adalah

Tabel 2.3. Analisis Ragam Untuk Peubah Z

Sumber Keragaman (SK)	derajat bebas (db)	Jumlah Kuadrat (JK)
Perlakuan	$t - 1$	$r \sum_{i=1}^t (\bar{z}_{i.} - \bar{z}_{..})^2$
Galat	$t(r - 1)$	$JK_T - JK_P$
Total	$tr - 1$	$\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (z_{ij} - \bar{z}_{..})^2$

Bila  $H_0$  benar maka statistik uji  $= \frac{\frac{JK_P}{(t-1)}}{\frac{JK_G}{(t(r-2))}}$  akan menyebar secara  $F$  dengan derajat bebas  $(t - 1)$  dan  $t(r - 1)$ .

### 2.6. Analisis Ragam

Teknik statistika yang menguraikan keragaman total menjadi komponen penyusun model adalah analisis ragam (Yitnosumarto, 1991). Analisis ini tetap dapat digunakan setelah transformasi terhadap contoh berukuran besar (Mahapoonyanont. dkk, 2010). Pada model (2.1) terdapat dua komponen penyusun keragaman total, yaitu perlakuan dan galat.

Apabila parameter pada model (2.1) diganti dengan penduganya, diperoleh

$$y_{ij} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i + \hat{\varepsilon}_{ij} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned}\hat{\varepsilon}_{ij} &= y_{ij} - (\hat{\mu} + \hat{\tau}_i) \\ &= y_{ij} - (\bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})) \\ &= y_{ij} - \bar{y}_{i.}\end{aligned}$$

dengan mensubstitusikan  $\hat{\varepsilon}_{ij}$  ke model (2.12) diperoleh

$$\begin{aligned}y_{ij} &= \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.}) \\ (y_{ij} - \bar{y}_{..}) &= (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.})\end{aligned}$$

$(y_{ij} - \bar{y}_{..})$  dikuadratkan kemudian dijumlah menurut  $i$  dan  $j$  menjadi

$$\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = r \sum_{i=1}^t (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$$

atau

$$\text{Jumlah Kuadrat}_{\text{Total (terkoreksi)}} = \text{Jumlah Kuadrat}_{\text{Perlakuan}} + \text{Jumlah Kuadrat}_{\text{Galat}}$$

Jumlah kuadrat total, perlakuan, galat dalam bentuk matriks adalah

$$JK_T = \mathbf{y}'\mathbf{y} - n^{-1}(\mathbf{1}'\mathbf{y})^2$$

$$JK_P = r^{-1}(\mathbf{y}'\mathbf{X})\hat{\boldsymbol{\beta}} - n^{-1}(\mathbf{1}'\mathbf{y})^2$$

$$\begin{aligned}JK_G &= (\mathbf{y}'\mathbf{y} - n^{-1}(\mathbf{1}'\mathbf{y})^2) - (r^{-1}(\mathbf{y}'\mathbf{X})\hat{\boldsymbol{\beta}} - n^{-1}(\mathbf{1}'\mathbf{y})^2) \\ &= \mathbf{y}'\mathbf{y} - r^{-1}(\mathbf{y}'\mathbf{X})\hat{\boldsymbol{\beta}}\end{aligned}$$

di mana

$\mathbf{1}_{n \times 1}$  = vektor satu

$\mathbf{y}_{n \times 1}$  = vektor respons

$\mathbf{X}$  = matriks rancangan

$\hat{\boldsymbol{\beta}}$  = vektor penduga parameter

$n$  = banyaknya satuan percobaan

$r$  = banyaknya ulangan

Pengujian pengaruh perlakuan berlandaskan hipotesis

$H_0 : \tau_i = 0$  ;  $i = 1, 2, \dots, t$  melawan

$H_1$  : paling tidak terdapat satu  $i$  di mana  $\tau_i \neq 0$

di mana statistik uji  $= \frac{KT_P}{KT_G} \sim F_{(t-1)(t(r-1))}$

$H_0$  ditolak apabila statistik uji  $F > F_{(t-1)(t(r-1))}$

Tabel analisis ragam untuk pengujian hipotesis ini adalah

Tabel 2.4. Analisis Ragam ( $\tau$ )

Sumber Keragaman (SK)	derajat bebas (db)	Jumlah Kuadrat (JK)
Regresi	$t$	$\sum_{i=1}^t (y_i^2 / r)$
Model tereduksi	1	$y_{..}^2 / tr$
Model hipotesis	$(t - 1)$	$\sum_{i=1}^t (y_i^2 / r) - y_{..}^2 / tr$
Galat	$t(r - 1)$	$\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r y_{ij}^2 - \sum_{i=1}^t (y_i^2 / r)$
Total	$tr$	$\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r y_{ij}^2$

2.7. *Anthurium plowmanii* Croat

Nama lain *Anthurium plowmanii* Croat adalah bunga gelombang cinta. Tanaman ini memiliki bentuk daun bergelombang, tebal dan panjang sekitar 10-30 cm dengan ujung meruncing. Karena tahan lama dalam ruangan, tanaman ini banyak digunakan sebagai hiasan dalam rumah (Pratiwi, 2009).

Bety (2010) menjelaskan bahwa pertumbuhan vegetatif tanaman ini baik pada pemberian pupuk daun lengkap berbentuk kristal hijau muda (pupuk kimia) dan pupuk majemuk *slow release* berbentuk granula (pupuk kimia). Proses fotosintesis *Anthurium plowmanii* Croat dapat berlangsung dengan sumber energi cahaya lampu, di mana kadar tertinggi oksigen yang dihasilkan tercapai bila daya lampu 100 watt (Nurmaeli dan Toifur, 2015). Teknik kultur jaringan menggunakan eksplan berupa setek satu buku kecambah steril *anthurium* dapat memperbanyak bibit tanaman ini (Khumaida, dkk. 2012). Menurut Warnita dan Herawati (2017), pemberian sitokinin pada konsentrasi 20 ppm menghasilkan daun terpanjang, daun terlebar dan akar terpanjang.

## BAB III METODOLOGI

### 3.1. Sumber Data

Penelitian ini menggunakan data sekunder rancangan acak lengkap yang bersumber pada Wulandari (2017) tentang pengaruh konsentrasi sitokinin dan auksin terhadap pertumbuhan planlet *Anthurium plowmanii* Croat (cm). Terdapat 9 perlakuan yakni kombinasi sitokinin dan auksin dengan konsentrasi berbeda dan diulang sebanyak 6 kali. Gambar tanaman seperti berikut



Data adalah tinggi tunas *Anthurium plowmanii* Croat di mana

$$\tau_1 = \begin{cases} 1, & \text{jika kombinasi sitokinin 2 ppm dan auksin 0 ppm diberikan} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

$$\tau_2 = \begin{cases} 1, & \text{jika kombinasi sitokinin 4 ppm dan auksin 0 ppm diberikan} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

$$\tau_3 = \begin{cases} 1, & \text{jika kombinasi sitokinin 6 ppm dan auksin 0 ppm diberikan} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

$$\tau_4 = \begin{cases} 1, & \text{jika kombinasi sitokinin 2 ppm dan auksin 0.2 ppm diberikan} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

$$\tau_5 = \begin{cases} 1, & \text{jika kombinasi sitokinin 4 ppm dan auksin 0.2 ppm diberikan} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

$$\tau_6 = \begin{cases} 1, & \text{jika kombinasi sitokinin 6 ppm dan auksin 0.2 ppm diberikan} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

$$\tau_7 = \begin{cases} 1, & \text{jika kombinasi sitokinin 2 ppm dan auksin 0.4 ppm diberikan} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

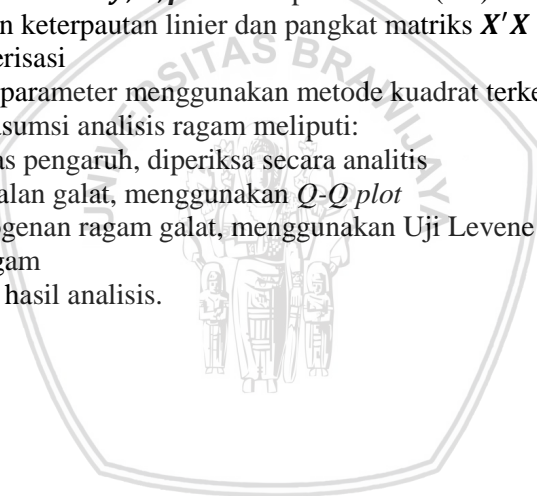
$$\tau_8 = \begin{cases} 1, & \text{jika kombinasi sitokinin 4 ppm dan auksin 0.4 ppm diberikan} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

$$\tau_9 = \begin{cases} 1, & \text{jika kombinasi sitokinin 6 ppm dan auksin 0.4 ppm diberikan} \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

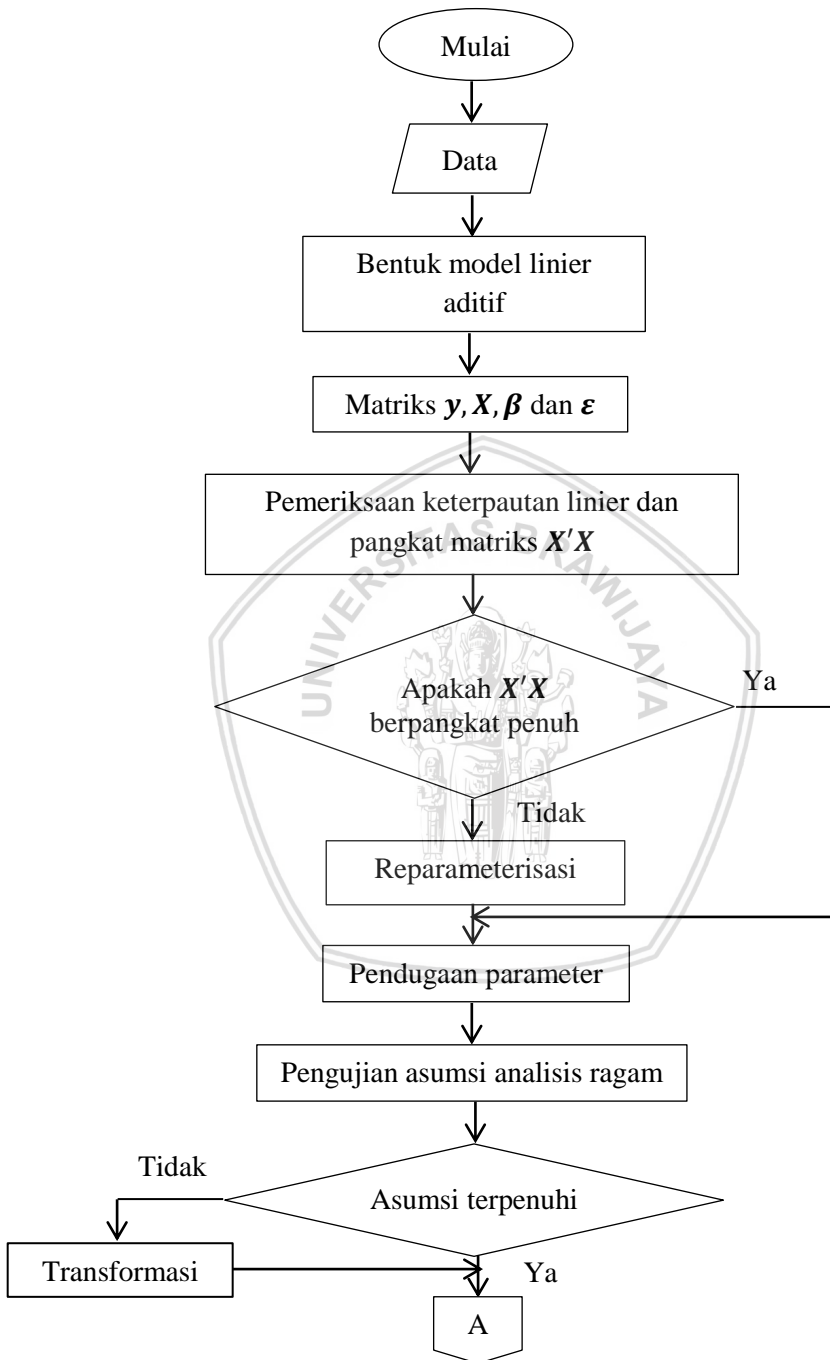
### 3.2. Metode Analisis

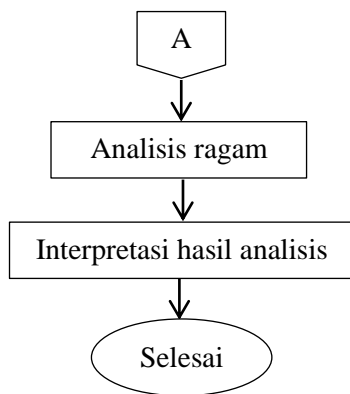
Prosedur analisis terhadap data adalah:

1. Data dinyatakan dalam model linier aditif seperti 2.2
2. Penyusunan matriks  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{X}$ ,  $\boldsymbol{\beta}$  dan  $\boldsymbol{\varepsilon}$  seperti model (2.3)
3. Pemeriksaan keterpautan linier dan pangkat matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$
4. Reparameterisasi
5. Pendugaan parameter menggunakan metode kuadrat terkecil
6. Pengujian asumsi analisis ragam meliputi:
  - a) Aditivitas pengaruh, diperiksa secara analitis
  - b) Kenormalan galat, menggunakan *Q-Q plot*
  - c) Kehomogenan ragam galat, menggunakan Uji Levene
7. Analisis ragam
8. Interpretasi hasil analisis.

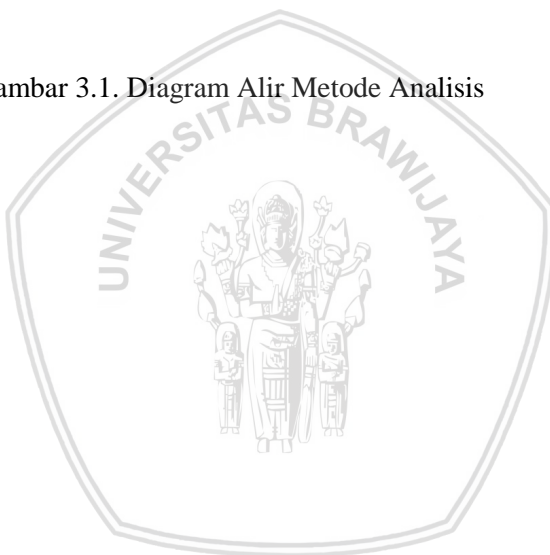








Gambar 3.1. Diagram Alir Metode Analisis



# BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

## 4.1. Model Linier Aditif Tinggi Tunas

Model linier aditif tinggi tunas *Anthurium plowmanii* Croat tersaji pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1. Model Linier Aditif

Perlakuan 1	Perlakuan 2	Perlakuan 3
$0.00 = \mu + \tau_1 + \varepsilon_{11}$	$0.50 = \mu + \tau_2 + \varepsilon_{21}$	$1.50 = \mu + \tau_3 + \varepsilon_{31}$
$1.75 = \mu + \tau_1 + \varepsilon_{12}$	$1.65 = \mu + \tau_2 + \varepsilon_{22}$	$1.10 = \mu + \tau_3 + \varepsilon_{32}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$1.50 = \mu + \tau_1 + \varepsilon_{16}$	$0.50 = \mu + \tau_2 + \varepsilon_{26}$	$1.00 = \mu + \tau_3 + \varepsilon_{36}$
Perlakuan 4	Perlakuan 5	Perlakuan 6
$1.00 = \mu + \tau_4 + \varepsilon_{41}$	$1.00 = \mu + \tau_5 + \varepsilon_{51}$	$1.00 = \mu + \tau_6 + \varepsilon_{61}$
$1.25 = \mu + \tau_4 + \varepsilon_{42}$	$1.75 = \mu + \tau_5 + \varepsilon_{52}$	$0.50 = \mu + \tau_6 + \varepsilon_{62}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$2.00 = \mu + \tau_4 + \varepsilon_{46}$	$1.50 = \mu + \tau_5 + \varepsilon_{56}$	$0.75 = \mu + \tau_6 + \varepsilon_{66}$
Perlakuan 7	Perlakuan 8	Perlakuan 9
$0.50 = \mu + \tau_7 + \varepsilon_{71}$	$1.25 = \mu + \tau_8 + \varepsilon_{81}$	$1.00 = \mu + \tau_9 + \varepsilon_{91}$
$0.50 = \mu + \tau_7 + \varepsilon_{72}$	$1.25 = \mu + \tau_8 + \varepsilon_{82}$	$0.75 = \mu + \tau_9 + \varepsilon_{92}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$1.00 = \mu + \tau_7 + \varepsilon_{76}$	$1.00 = \mu + \tau_8 + \varepsilon_{86}$	$1.50 = \mu + \tau_9 + \varepsilon_{96}$

### 4.2. Matriks Penyusun Model Linier Umum

Himpunan model linier aditif pada Tabel 4.1 disusun dalam bentuk matriks menjadi

$$\begin{matrix}
 \begin{bmatrix} 0.00 \\ 1.75 \\ 0.50 \\ 0.50 \\ 1.00 \\ 1.50 \\ 0.50 \\ 1.65 \\ 1.60 \\ 1.25 \\ 1.50 \\ 0.50 \\ 1.50 \\ \vdots \\ 1.00 \\ 0.75 \\ 1.00 \\ 1.00 \\ 1.00 \\ 1.50 \end{bmatrix} & = & \begin{matrix} \mu & \tau_1 & \tau_2 & \dots & \tau_9 \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \\ \tau_7 \\ \tau_8 \\ \tau_9 \end{bmatrix} & + & \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{14} \\ \varepsilon_{15} \\ \varepsilon_{16} \\ \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{24} \\ \varepsilon_{25} \\ \varepsilon_{26} \\ \varepsilon_{31} \\ \vdots \\ \varepsilon_{91} \\ \varepsilon_{92} \\ \varepsilon_{93} \\ \varepsilon_{94} \\ \varepsilon_{95} \\ \varepsilon_{96} \end{bmatrix}
 \end{matrix}$$

$\mathbf{y}_{(54 \times 1)}$ 
 $\mathbf{X}_{(54 \times 10)}$ 
 $\boldsymbol{\beta}_{(10 \times 1)}$ 
 $\boldsymbol{\varepsilon}_{(54 \times 1)}$

Bentuk sederhana matriks di atas adalah  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$

### 4.3 . Pemeriksaan Pangkat Penuh Matriks

Matriks  $X'X$  yang terbentuk adalah

$$X'X_{(10 \times 10)} = \begin{bmatrix} 54 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\ 6 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Baris pertama terpaut linier dengan baris lain, serta kolom pertama terpaut linier dengan kolom lain. Baris pertama adalah hasil penjumlahan baris-baris lain dan kolom pertama merupakan penjumlahan kolom-kolom lain. Oleh karena itu,  $|X'X| = 0$  menyebabkan matriks  $X'X$  berpangkat tidak penuh (pangkat  $< 10$ ) dan tidak memiliki kebalikan. Masalah ini diatasi dengan reparameterisasi.

### 4.4. Hasil Reparameterisasi

Reparameterisasi mengatasi keterpautan linier antara baris satu dengan baris lain dan antara kolom satu dengan kolom lain dengan cara menghilangkan baris dan kolom pertama. Hasil reparameterisasi pada matriks  $X'X$  menghasilkan matriks berordo 9.

$$X'X_{(10 \times 10)} = \begin{bmatrix} 54 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \\ 6 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}_{(9 \times 9)} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Reparameterisasi menghasilkan matriks  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  bersifat tidak singular dan berpangkat penuh karena  $|\mathbf{X}'\mathbf{X}| \neq 0$ . Pangkat matriks setelah reparameterisasi adalah 9 dengan determinan  $6^9$  atau  $r^t$ . Oleh karena itu, matriks memiliki kebalikan dan  $\beta$  dapat diduga.

4.5. Pendugaan Parameter

Pendugaan parameter menggunakan metode kuadrat terkecil menghasilkan penduga yang tersaji pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2. Hasil Pendugaan Parameter

Parameter	Penduga	$\sum_{i=1}^t \hat{\tau}_i$
$\mu$	1.034	0
$\tau_1$	-0.159	
$\tau_2$	0.132	
$\tau_3$	-0.184	
$\tau_4$	0.157	
$\tau_5$	0.316	
$\tau_6$	-0.076	
$\tau_7$	-0.284	
$\tau_8$	0.091	
$\tau_9$	0.007	

Penduga ini benar karena batasan  $\sum_{i=1}^t \hat{\tau}_i = 0$  terpenuhi.

4.6. Pengujian Asumsi Analisis Ragam

4.6.1. Pengujian Aditivitas Pengaruh

Pengujian aditivitas pengaruh melalui Uji Tukey berlandaskan hipotesis

$H_0: \alpha = 0$  melawan  $H_1: \alpha \neq 0$

Hasil pengujian tersaji pada Tabel 4.3

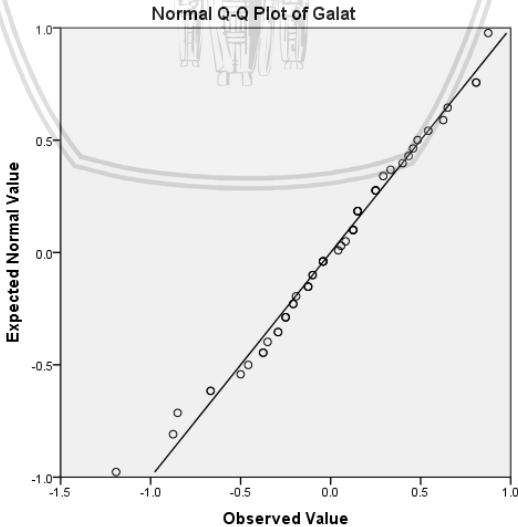
Tabel 4.3. Analisis Ragam Untuk Uji Aditivitas

SK	db	JK	KT	Statistik uji $F$	$F_{0.01(1,44)}$
Perlakuan	8	1.777	0.222		
NAT	1	0.286	0.286	1.325	7.248
Galat	44	9.501	0.216		
Total	53	11.574			

Karena  $1.325 < 7.248$ , sehingga diputuskan menerima  $H_0$ . Dengan kata lain, tinggi tunas merupakan hasil penjumlahan dari pengaruh pemberian auksin dan sitokinin dengan lingkungan.

4.6.2. Pengujian Kenormalan Galat

Asumsi kenormalan galat diperiksa secara grafis menggunakan *Q-Q plot*



Gambar 4.1. *Q-Q plot*

Diagram pencar antara  $Q(p_i)$  dan  $y_{(i)}$  menghasilkan pola mendekati garis lurus dan menunjukkan galat menyebar secara normal.

### 4.6.3. Pengujian Kehomogenan Ragam Galat

Pengujian asumsi kehomogenan ragam galat menggunakan Uji Levene berdasarkan peubah  $z_{ij} = |\varepsilon_{ij}|$ . Hipotesis yang melandasi pengujian ini adalah

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_t^2 = \sigma^2 ; \sigma_i^2 = \sigma^2 ; i = 1, 2, \dots, t \text{ melawan}$$

$$H_1: \text{paling tidak terdapat satu } i \text{ di mana } \sigma_i^2 \neq \sigma^2$$

Hasil pengujian disajikan pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4. Analisis Ragam untuk Peubah Z

SK	db	JK	KT	Statistik uji $F$	$F_{0.01(8,45)}$
Perlakuan	8	1.165	0.146	2.473	2.935
Galat	45	2.649	0.059		
Total	53	3.814			

$H_0$  diterima karena  $2.473 < 2.935$ . Hal ini menunjukkan bahwa ragam galat bersifat homogen.

### 4.7. Hasil Analisis Ragam

Setelah pendugaan parameter, jumlah kuadrat sumber keragaman dihitung kemudian disusun dalam tabel analisis ragam untuk menguji pengaruh perlakuan berlandaskan hipotesis

$$H_0 : \tau_i = 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, t \quad \text{melawan}$$

$$H_1 : \text{paling tidak terdapat satu } i \text{ di mana } \tau_i \neq 0$$

Tabel 4.5. Analisis Ragam ( $\tau$ )

SK	db	JK	KT	Statistik uji $F$	$F_{0.01(8,45)}$
Regresi	9	59.540	6.616		
Model tereduksi	1	57.763	57.763		
Model hipotesis	8	1.777	0.222	1.020	2.935
Galat	45	9.797	0.218		
Total	54	69.338			



Terlihat pada Tabel 4.5, statistik uji untuk model hipotesis  $< 2.925$ , sehingga  $H_0$  diterima. Dengan demikian, pemberian kombinasi auksin dan sitokinin dengan konsentrasi berbeda tidak menambah tinggi tunas *Anthurium plowmanii* Croat.

#### 4.8. Pembahasan

Respons pada model linier aditif tinggi tunas *Anthurium plowmanii* Croat diuraikan dan disusun dalam bentuk model linier umum. Matriks  $X'X$  bersifat singular, sehingga tidak berpangkat penuh dan parameter tidak dapat diduga. Masalah ini diatasi dengan reparameterisasi. Setelah reparameterisasi, pendugaan parameter dilakukan dengan metode kuadrat terkecil dan menghasilkan penduga yang memenuhi batasan  $\sum_{i=1}^t \hat{\tau}_i = 0$ . Analisis ragam dapat digunakan karena seluruh asumsi terpenuhi. Hasil analisis ragam menunjukkan bahwa tinggi tunas *Anthurium plowmanii* Croat tidak dipengaruhi oleh pemberian kombinasi auksin dan sitokinin dengan konsentrasi berbeda. Hal ini dapat dipengaruhi oleh jarak antar taraf konsentrasi sitokinin dan auksin yang terlalu pendek.



## BAB V PENUTUP

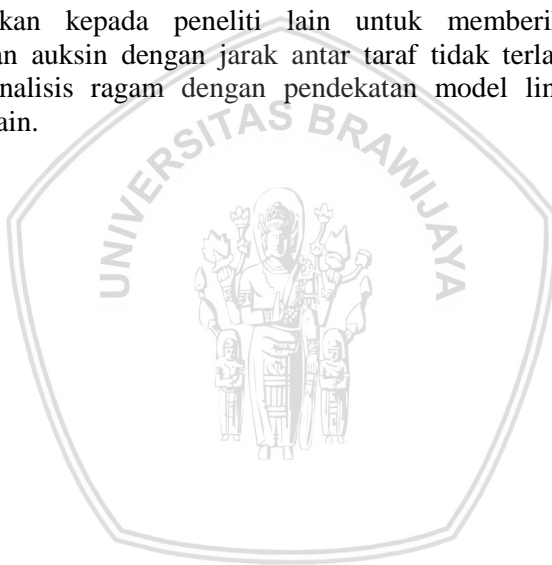
### 5.1. Kesimpulan

Kesimpulan penelitian ini adalah:

1. Pada penggunaan model linier umum untuk analisis ragam rancangan acak lengkap, matriks  $X'X$  terpaut linier dan berpangkat tidak penuh, masalah ini diatasi dengan reparameterisasi yang menghasilkan matriks berpangkat penuh, sehingga parameter dapat diduga.
2. Kombinasi konsentrasi sitokinin dan auksin tidak menambah tinggi tunas *Anthurium plowmanii* Croat.

### 5.2. Saran

Disarankan kepada peneliti lain untuk memberikan konsentrasi sitokinin dan auksin dengan jarak antar taraf tidak terlalu pendek, serta mengkaji analisis ragam dengan pendekatan model linier umum pada rancangan lain.



## DAFTAR PUSTAKA

- Adeyomo, S.O. dan F.N. Nwobi. 2014. *A Note on Estimability in Linear Models*, 4(4), 212-216.
- Bety, Y.A. 2010. *Pertumbuhan Anthurium Gelombang Cinta (A. halmorei Croat) dan Anthurium Bunga (A. andraeanum) Pada Beberapa Formula Pupuk*. Jurnal Agroland, 17(2), 91-100.
- Chambers, J.M, W.S. Cleveland, B. Kleiner, P.A. Tukey. 1998. *Graphical Methods for Data Analysis*. Duxbury Press. Boston.
- Christina, Y., A. Tsalsabila, D.A. Ekawati, F. Amalia, R.D. Septiani, Novitri, T. Gulo, A.K. Reza, R.D. Jayanti, Erfiani, Irzaman. 2016. *Analisis Statistik Efisiensi Energi Penggunaan Tungku Sekam Sebagai Bahan Bakar Alternatif Rumah Tangga*. Prosiding Seminar Nasional Fisika (E-Journal) SNF 2016.
- Graham, J.M. 2008. *The General Linear Models as Structural Equation Modeling*. Journal of Educational and Behavioral Statistics, 33 (4), 485-506.
- Gomez, K.A. dan A.A. Gomez. 1984. *Statistical Procedures For Agricultural Research*. John Wiley & Sons, Inc. New York.
- Kafkova, S. dan L. Krivankova. 2014. *Generalized Linear Models In Vehicle Insurance*. Acta Universitas Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis, 62 (2), 383-388.
- Khumaida, N., R. Catrina, D. Sukma. 2012. *Induksi Multiplikasi Tunas Anthurium Wave of Love (Anthurium plowmanii) Secara In Vitro*. Jurnal Hort, 3 (1), 1-9.
- Kutner, M.H., C.J. Nachtsheim, J. Neter dan W. Li. 2005. *Applied Linear Statistical Models*. Fifth Edition. McGraw-Hill Companies, Inc. New York.
- Mahapoonyanont, N., T. Mahapoonyanont, N. Pengkaew, R. Kamhangkit. 2010. *Power of Test of One-Way Anova After Transforming With Large Sample Size Data*. Procedia Social and Behavioral Sciences, 9, 933-937.

- Montgomery, D.C. 2013. *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley & Sons, Inc. New York.
- Myers, R.H. dan J.S. Milton. 1991. *A First Course in the Theory of Linear Statistical Models*. Cengage Learning, Inc. Boston.
- Nasoetion, A.H. 1980. *Aljabar Matriks*. Bhratara Karya Aksara. Jakarta.
- Nelder, J.A. dan R.W.M. Wedderburn. *Generalized Linear Models*. Journal of the Royal Statistical Society, 135 (3), 370-384.
- Nisa M., Choirun. 2013. *Analisis Rancangan Lattice Seimbang Dengan Pendekatan Model Linier Umum*. Skripsi. Universitas Brawijaya.
- Nurmaeli, R.R.E. dan M. Toifur. 2015. *Analisis Penentuan Kandungan Gas Oksigen ( $O_2$ ) Fotosintesis Tanaman Gelombang Cinta (*Anthuriumsp*) Pada Variasi Daya Lampu*. Jurnal Taman Vokasi, (32), 490-499.
- Pratiwi, I. 2009. *Penggunaan Komposisi Media Dasar dan Kinetin Untuk Induksi Organogenesis Anthurium Gelombang Cinta (*Anthurium plowmanii*) Secara In Vitro*. Skripsi. Institut Pertanian Bogor.
- Sembiring, R.K. 1995. *Analisis Regresi*. Institut Teknologi Bandung. Bandung.
- Steel, R.G.D. dan J.H.Torrie. 1991. *Prinsip dan Prosedur Statistika*. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.
- Warnita dan N. Herawati. 2017. *Pengaruh Konsentrasi Naphtalene Acetic Acid (NAA) dan Pupuk Daun Terhadap Perumbuhan Tanaman Hias Anthurium "Gelombang Cinta"*. Pros Sem Nas Masy Biodiv Indon, 3 (1), 69-74.
- Wulandari, C. 2017. *Pengaruh Konsentrasi Sitokinin dan Auksin Terhadap Pertumbuhan Planlet Anthurium plowmanii Croat*. Skripsi. Universitas Brawijaya.
- Yitnosumarto, Suntoyo. 1991. *Percobaan, Perancangan, Analisis dan Interpretasinya*. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.